

株洲市景炎中学 2020 年下学期九年级数学期末考试试卷

时量: 120 分钟 满分: 150 分

姓名 _____ 学校 _____

一. 选择题 (本大题共 10 小题, 共 40 分)

1. $-\frac{1}{2021}$ 的倒数是 ()

- A. 2021 B. -2021 C. $-\frac{1}{2021}$ D. $\frac{1}{2021}$

2. 下列计算正确的是 ()

- A. $a^3 \cdot a^5 = a^{15}$ B. $(-a)^{-2} = a^2$ C. $(a^3)^2 = a^6$ D. $2x+1=3x$

3. 36500000 用科学记数法表示为 ()

- A. 365×10^5 B. 3.65×10^5 C. 3.65×10^6 D. 3.65×10^7

4. 在平面直角坐标系中, 点 $A(2, -3)$ 关于 x 轴对称的点的坐标是 ()

- A. $(2, 3)$ B. $(-2, 3)$ C. $(2, -3)$ D. $(-2, -3)$

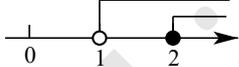
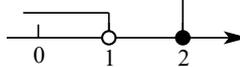
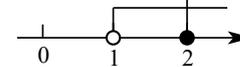
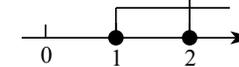
5. 若关于 x 的分式方程 $\frac{2}{x} - \frac{5}{x-3} = \frac{a}{x(x-3)}$ 的解是 $x=2$, 则 a 的值为 ()

- A. -6 B. 6 C. 12 D. -12

6. 有四张完全相同的卡片, 上面分别标有数字 -1, 0, 1, 2, 将卡片背面朝上洗匀, 然后从中随机地抽取两张, 两张卡片数字之和为正数的概率是 ()

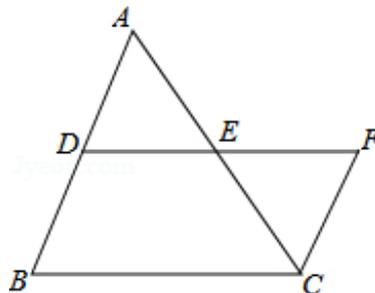
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{2}{3}$

7. 不等式组 $\begin{cases} x-3(x-2) > 4 \\ \frac{2x-1}{3} \geq x-1 \end{cases}$ 的解集表示在数轴上正确的是 ()

- A.  B.  C.  D. 

8. 如图, DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线, 延长 DE 至 F 使 $EF = DE$, 连接 CF , 则 $S_{\triangle ACF} : S_{\text{四边形}BCED}$ 的值为 ()

- A. 1:3 B. 2:3 C. 1:4 D. 2:5



9. 同学们学习了线段的黄金分割之后, 晏老师提出了一个新的定义: 点 C 是线段 AB 上一点, 若

$$\frac{BC}{\sqrt{n}AC} = \frac{\sqrt{n}AC}{AB} = k_n, \text{ 则称点 } C \text{ 为线段 } AB \text{ 的“近 } A, n \text{ 阶黄金分割点”}.$$

例如: 若 $\frac{BC}{\sqrt{2}AC} = \frac{\sqrt{2}AC}{AB} = k_2$. 则

称点 C 为线段 AB 的“近 $A, 2$ 阶黄金分割点”; 若 $\frac{BC}{\sqrt{3}AC} = \frac{\sqrt{3}AC}{AB} = k_3$, 则称点 C 为线段 AB 的“近 $A, 3$ 阶黄金分割点”.

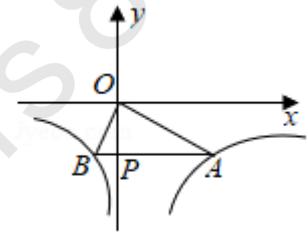
若点 C 为线段 AB 的“近 $A, 4$ 阶黄金分割点”时, $k_4 = (\quad)$

- A. $\frac{-1+\sqrt{17}}{4}$ B. $\frac{-1\pm\sqrt{17}}{4}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

10. 已知函数 $y = \begin{cases} -\frac{12}{x} (x > 0) \\ 3 (x < 0) \end{cases}$ 的图象如图所示, 点 P 是 y 轴负半轴上一动点, 过点 P 作 y 轴的垂线交图象

于 A, B 两点, 连接 OA, OB . 下列结论:

- ①若点 $M_1(x_1, y_1), M_2(x_2, y_2)$ 在图象上, 且 $x_1 < x_2 < 0$, 则 $y_1 < y_2$;
- ②当点 P 坐标为 $(0, -3)$ 时, $\triangle AOB$ 是等腰三角形;
- ③无论点 P 在什么位置, 始终有 $S_{\triangle AOB} = 7.5, AP = 4BP$;
- ④当点 P 移动到使 $\angle AOB = 90^\circ$ 时, 点 A 的坐标为 $(2\sqrt{6}, -\sqrt{6})$.



其中正确的结论个数为 ()

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

二. 填空题 (本大题共 8 小题, 共 32 分)

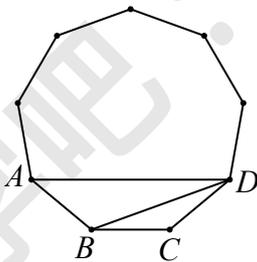
11. 计算: $\frac{\sqrt{3}}{2}(\sqrt{27} - \sqrt{3}) = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 因式分解: $a^4 - 6a^3 + 9a^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

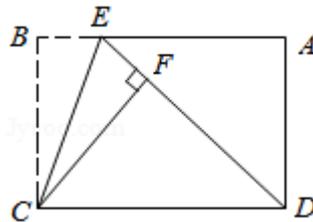
13. 一件衣服标价 220 元, 若以 9 折降价出售, 仍可获利 10%, 这件衣服的进价是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 元.

14. 一组数据 2, 3, x , 6, 3 的平均数与中位数相同, 则 x 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

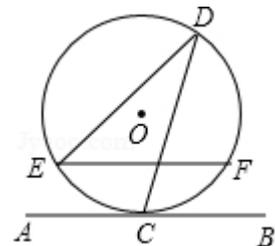
15. 如图是一个正九边形, 则 $\angle ABD = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.



第 15 题图



第 16 题图



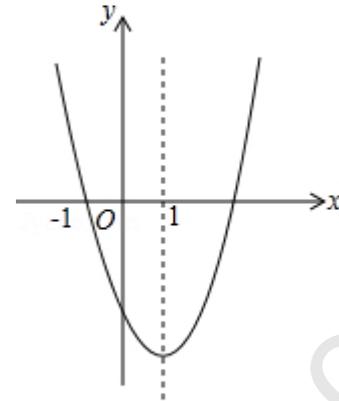
第 17 题图

16. 如图, E 为矩形 $ABCD$ 的边 AB 上一点, 将矩形沿 CE 折叠, 使点 B 落在 ED 上的点 F 处, 若 $BE = 1, BC = 3$, 则 CD 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

17. 如图, 直线 AB 与半径为 2 的 $\odot O$ 相切于点 C, D 是 $\odot O$ 上一点, 且 $\angle EDC = 30^\circ$, 弦 $EF \parallel AB$, 则 EF 的长度为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

18. 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 过点 $(-1, 0)$, 且对称轴为直线 $x = 1$, 有下列结论:

- ① $abc < 0$;
- ② $10a + 3b + c > 0$;
- ③ 抛物线经过点 $(4, y_1)$ 与点 $(-3, y_2)$, 则 $y_1 > y_2$;
- ④ 无论 a, b, c 取何值, 抛物线都经过同一个点 $(-\frac{c}{a}, 0)$;
- ⑤ $am^2 + bm + a \geq 0$, 其中所有正确的结论是_____.



三. 解答题 (本大题共 8 小题, 共 78 分)

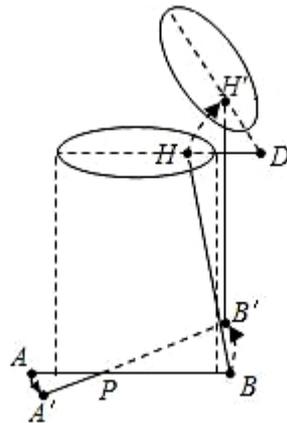
19. (6 分) 计算: $2\cos 30^\circ - \sqrt[3]{8} + |\sqrt{3} - 2| + (-1)^{2021}$.

20. (8 分) 先化简, 再求值: $(1 - \frac{3}{x+2}) \div \frac{x^2-1}{x+2} - \frac{x}{x+1}$, 其中 $x = \sqrt{2} - 1$.

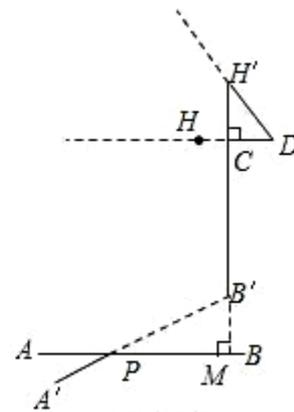
21. (8 分) 如图 1, 图 2, 是一款家用的垃圾桶, 踏板 AB (与地面平行) 或绕定点 P (固定在垃圾桶底部的某一位置) 上下转动 (转动过程中始终保持 $AP = A'P$, $BP = B'P$). 通过向下踩踏点 A 到 A' (与地面接触点) 使点 B 上升到点 B' , 与此同时传动杆 BH 运动到 $B'H'$ 的位置, 点 H 绕固定点 D 旋转 (DH 为旋转半径) 至点 H' , 从而使桶盖打开一个张角 $\angle HDH'$. 如图 3, 桶盖打开后, 传动杆 $H'B'$ 所在的直线分别与水平直线 AB 、 DH 垂直, 垂足为点 M 、 C , 设 $H'C = B'M$. 测得 $AP = 6\text{cm}$, $PB = 12\text{cm}$, $DH' = 8\text{cm}$. 若桶盖张开的角度 $\angle HDH' = 60^\circ$, 求此时点 A' 到 AB 的距离.



(图 1)



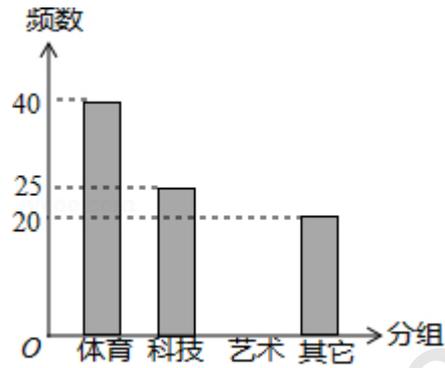
(图 2)



(图 3)

22. (10分) 某学校为调查学生的兴趣爱好, 抽查了部分学生, 并制作了如下表格与条形统计图:

	频数	频率
体育	40	0.4
科技	25	a
艺术	b	0.15
其它	20	0.2

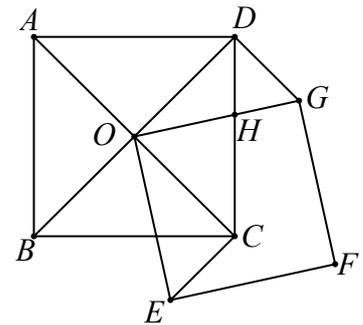


请根据上图完成下面题目:

- (1) 总人数为_____人;
- (2) $a =$ _____, $b =$ _____, 请你补全条形统计图;
- (3) 若被调查的其它兴趣爱好的 20 人中, 有喜欢音乐的 5 人, 喜欢舞蹈的 m 人, 且 m 满足 $3 \leq m \leq 8$, 剩下的人数为 n , 求 n 的取值范围?

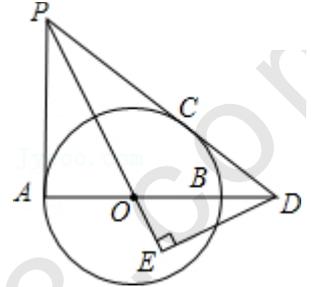
23. (10分) 如图, 已知正方形 $OEF G$ 的顶点 O 为正方形 $ABCD$ 对角线 AC 、 BD 的交点, 连接 CE 、 DG .

- (1) 求证: $\triangle OCE \cong \triangle ODG$;
- (2) 若正方形 $ABCD$ 的边长为 4, $DG = \sqrt{2}$, BC 平分 $\angle ACE$, 求 OH 的长.



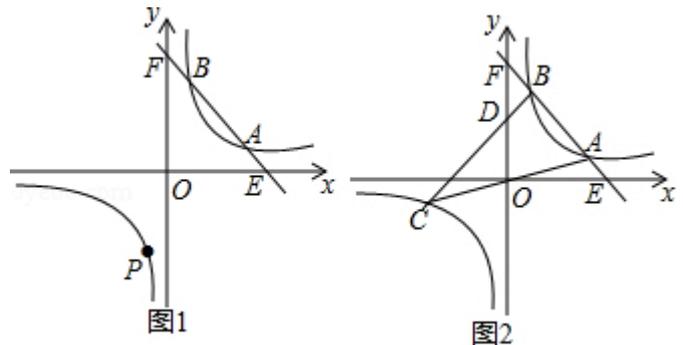
24. (10分) 如图 AB 是 $\odot O$ 的直径, PA, PC 与 $\odot O$ 分别相切于点 A, C , PC 交 AB 的延长线于点 D , $DE \perp PO$ 交 PO 的延长线于点 E .

- (1) 求证: $\angle EPD = \angle EDO$;
- (2) 若 $PC = 6$, $\tan \angle PDA = \frac{3}{4}$, 求 OE 的长.



25. (13分) 已知: 一次函数 $y = -2x + 10$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图象相交于 A, B 两点 (A 在 B 的右侧).

- (1) 如图 1, 当 $A(4, 2)$ 时, 求反比例函数的解析式及 B 点的坐标;
- (2) 在 (1) 的条件下, 连接 OA, OB , 求 $\triangle OAB$ 的面积.
- (3) 如图 2, 当 $A(a, -2a + 10)$, $B(b, -2b + 10)$ 时, 直线 OA 与此反比例函数图象的另一支交于另一点 C , 连接 BC 交 y 轴于点 D . 若 $\frac{BC}{BD} = \frac{5}{2}$, 求 A, B 两点的坐标.

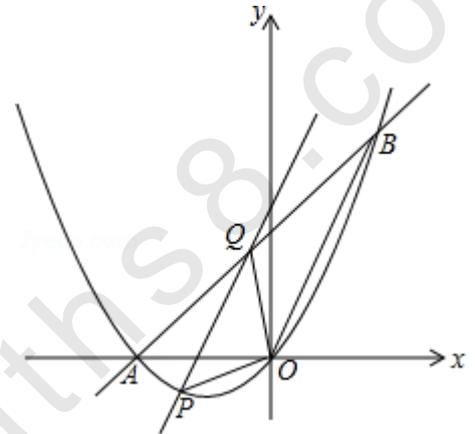


26. (13分) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 与 x 轴交于原点及点 A , 且经过点 $B(4,8)$, 对称轴为直线 $x = -2$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 设直线 $y = kx + 4$ 与抛物线两交点的横坐标分别为 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$, 当 $\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{2}$ 时, 求 k 的值;

(3) 连接 OB , 点 P 为 x 轴下方抛物线上一动点, 过点 P 作 OB 的平行线交直线 AB 于点 Q , 当 $S_{\triangle POQ} : S_{\triangle BOQ} = 1:2$ 时, 求出点 P 的坐标.



关注“数学吧”公众号, 更多资源共享!

